

PCR-SPA-MC 模型在滑坡稳定性分析中的应用

倪 恒 李志建 张立萍

1. 山东电力工程咨询院, 山东 济南 250013; 2. 山东轻工业学院, 山东 济南 250100

摘 要:破坏概率与随机模拟理论在滑坡稳定性分析中得到了广泛地应用。然而,通过对传统破坏概率与随机模拟方法的具体操作发现,其没有考虑到因素相关性的影响,由此笔者引入主成分-逐步回归算法,建立了 PCR-SPA-MC 耦合模型。并结合巴东县赵树岭滑坡研究,进行了工程实例分析。分析表明,PCR-SPA-MC 模型给出的结果比传统破坏概率法得出的结果更为理想。

关键词:滑坡稳定性分析;破坏概率;Monte-Carlo 随机模拟;主成分-逐步回归算法
中图分类号: TU 413 **文献标识码:** A

1 引言

目前岩土工程界普遍认为,影响岩体稳定性因素具有不确定性。因此引入不确定性模型,并与确定性模型相互补充已成为一种趋势^[1-4]。事实上,对于复杂的地质体,理想的结果是求取确定模型与非确定性模型相结合的满意解^[5]。

随机模型就是基于这一种思想而引入到滑坡稳定性分析中来的。破坏概率与随机模拟理论在工程应用中已取得了令人瞩目的成绩^[5]。但是,在对传统破坏概率与随机模拟方法的具体操作中发现其不足之处,且要找出全部因素的分布形式十分困难,因此具体计算时一般只确定了主要影响因素(c 和 ϕ) 的分布函数,而忽略其他因素的随机性,将它们以确定值给出。显然这样处理不太妥当。另外,在计算中当给出 c 和 ϕ 的随机数时,并没有考虑这两种因素的显著相关性,这就可能使计算结果的可信性下降。笔者引入 PCR-SPA 与 Monte-Carlo 随机模拟耦合模型,对传统方法进行了改进,试图解决这些不足之处,使概率模型对滑坡稳定性的评价更为客观可信。

2 破坏概率与 Monte-Carlo 模拟

2.1 破坏概率

用一般确定性方法(如极限平衡法)计算滑坡稳定性系数时,其计算参数是根据抽样结果以定值形式给出的,求得的稳定性系数 F_s 也为一定值,事实上这种定值处理带有主观性和片面性,尤其当变量有较大的变异性时,以均值为基础的定值处理往往会导致不合理的结果。因此,要较客观的考虑岩体稳定性影响因素及稳定性系数本身的不确定性,应按其随机变量的特征,在计算时必须反映自变量分布的规律,同时应将稳定性系数也视为随机变量^[6]。

滑坡稳定性指标是以稳定性系数 F_s 表示的, F_s 为一系列参数的函数,可表示为

$$z = g(x_1, x_2, \dots, x_n) \quad (1)$$

计算参数 $x_i (i=1, 2, \dots, n)$ 大多是通过测量或实验得到的、呈某种分布的随机变量,故 z 也是一随机变量。

设密度函数为 $f(z)$, 则滑坡的破坏概率 P_f 为

$$P_f = \int_0^1 f(z) dz \quad (F_s < 1) \quad (2)$$

按式(1)确定滑坡破坏概率时,需要解决以下问题:

确定各参数分布的形式,即密度函数 $f(x)$;

对呈各种分布的随机变量进行随机抽样;

按计算给出的 F_s 的样本值,确定破坏概率。

实际上要全部找出各因素的分布形式十分困难,但可以找出影响滑坡稳定性的主要因素的分布函数,比如大量的实践资料证明,内聚力和内摩擦角均近似服从正态分布,由正态分布定义可知,服从正态分布的连续随机变量(数学期望为 μ , 方差为 σ^2) 的密度函数为

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2\right], (-\infty < x < +\infty) \quad (3)$$

一般 P_f 不易用解析方法求得,但可以用 Monte-Carlo 随机模拟结果作为问题的数值近似解。

2.2 Monte-Carlo 随机模拟

Monte-Carlo 随机模拟法的基本思想是^[7]:首先,建立一个概率模型或随机过程,使它的参数等于问题的解。然后,通过对模型或过程的观察或抽样试验,计算所求参数的统计特征,模拟产生与这个概率模型相似或平行的随机数。最后给出所求解的近似值。

其模拟步骤如下:

确定各个输入变量的概率分布和分布参数。主要是: x_1, x_2, \dots, x_n , 取正态分布;

根据以上分布函数类型及参数,随机地抽取同分布的一组随机数 x_1, x_2, \dots, x_n ;

由所建立的状态方程 $z = g(x_1, x_2, \dots, x_n)$ 计算函数值,取得安全系数一个样本值;

重复步骤,直至达到预期精度要求的试验次数 N ,得到相对独立的 N 个样本值;

统计 N 个样本值中安全系数 < 1 的次数 M ,当 N 足够大时,根据大数定律,此时的频率已接近概率。因此可得破坏概率:

$$P_f = p[g(x_1, x_2, \dots, x_n) < 1] = \frac{M}{N} \quad (4)$$

当然,根据这些样本值也可以拟合稳定性系数的概率分布,估计其分布参数(数学期望 μ , 方差 σ^2),由式(2)得出 P_f 值。

3 PCR-SPA 与 Monte-Carlo 耦合模型

3.1 主成分-逐步回归模型(PCR-SPA)

较成功的线性模型方法主要有逐步回归法(SRA)、主成分回归法(PCR)等^[8]。

逐步回归(SRA)自动地从大量可供选择的变量中,选择那些和因变量相关性大的建立回归方程,达到压缩自变量的目的。

主成分回归法(PCR)把原自变量映射为含绝大部分信息的少数潜变量,再用线性的最小二乘法确定这些潜变量系数。建立潜变量和因变量的回归方程后,再转换为原自变量和因变量的回归方程。

主成分-逐步回归算法(PCR-SRA),充分利用逐步回归法和主成分回归法的优点又弥补了各自的不足。即先用 PCR 将原始变量映射成主成分,然后,建立主成分与因变量的对应数据集,再将它们作逐步回归,由此建立最优回归方程^[9]。

3.2 PCR-SPA-MC 耦合模型

由于传统破坏概率与随机模拟方法在参数选取及因素相关性方面的处理上存在不足,本文引入 PCR-SPA 回归模型与 Monte-Carlo 随机模拟进行耦合这两种方法有很好的互补性,既

解决了传统破坏概率法的方法的不足,又弥补了 PCR-SPA 回归模型的局限性。具体步骤如下:由 PCR-SPA 回归方法建立稳定性系数与各影响因素的最优回归方程,将其作为 Monte-Carlo 随机模拟的状态函数,由于通过 PCR-SPA 回归方法建立的状态方程中的自变量,是原各影响因素的主成分,既尽可能包括了各影响因素,又解决了因素相关性的问题。根据其进行 Monte-Carlo 随机模拟,得出的结果必然更具可信性。Monte-Carlo 随机模拟的步骤如上,不再详述。对于状态方程的自变量分布仍然作正态假设,其均值和方差由计算结果统计得出。

4 PCR-SPA-MC 模型实例分析

下面以巴东县赵树岭滑坡为例进行分析,该课题是国家移民局所立三峡库区移民工程科技研究的分项课题——三峡工程库区移民迁建重点城市地质灾害实验场地的和综合治理研究示范研究的专题之一,“赵树岭滑坡稳定性预测及防治对策研究”是该专题的子项目。图 1 为滑坡剖面图。

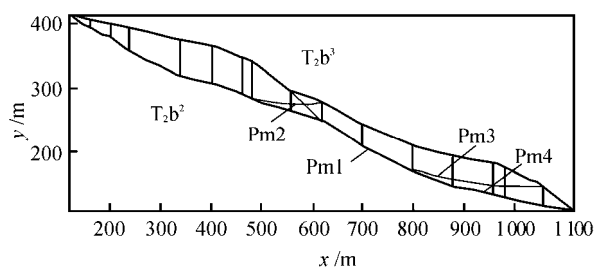


图 1 滑坡 - 剖面图

对于赵树岭滑坡,选择地震加速度 a 、内摩擦角 φ 、内聚力 c 、岩体密度 ρ 和水位变化 H 等 5 个因素进行主成分-逐步回归分析。

首先结合试验结果,考虑到滑坡可能遇到的情况和滑坡的岩土体性质及地质结构,可选取影响因素的不同组合,列出样本序列,由 SPSS 软件对样本进行主成分分析。根据计算结果可得标准化样本的主成分。

然后,考虑赵树岭滑坡目前及水库蓄水后可能遇到的情况,对于 Pm_i 滑面,选择以下计算方案:

- (1) 天然状态;
- (2) 天然状态 + 地震力 (度);
- (3) 天然状态 + 地震力 (度);
- (4) 145m 水位;
- (5) 145m 水位 + 地震力 (度);
- (6) 145m 水位 + 地震力 (度);
- (7) 175m 水位;
- (8) 175m 水位 + 地震力 (度);
- (9) 175m 水位 + 地震力 (度)。

在以上方案基础上叠加暴雨因素,构成另外 9 种计算方案,共计 18 种计算方案,由试验资料及工程地质调查确定计算参数值,根据剩余推力法计算出各方案的稳定性系数。将原始变量 (a, c, H 等) 映射成主成分 (Y_1, Y_2, Y_3 和 Y_4), 从而得出主成分与稳定性系数的对应数据集,对此数据集进行逐步回归,由此可得,主成分与稳定性系数的最优回归方程为

$$F_s = 0.064Y_1 + 0.182Y_2 + 0.027Y_4 - 4.453 \quad (5)$$

以此方程为状态方程,采用 Monte-Carlo 法,根据表 1 产生随机数,求得稳定性系数的

样本值，拟合稳定性系数的概率分布，估计其分布参数（数学期望 μ ，方差 σ^2 ），由式（3）得出 P_i 值。

表 1 变量信息表

| 参 数 | 分布类型 | 均 值 | 方 差 | 变异系数 |
|-------|------|--------|-----------|------|
| Y_1 | 正态 | 113.48 | 31.47^2 | 0.28 |
| Y_2 | 正态 | -9.65 | 3.47^2 | 0.36 |
| Y_3 | 正态 | 11.02 | 4.36^2 | 0.40 |

本文采用 MATLAB 软件中随机数生成的标准程序，该程序的基本算法是基于线性同余法来构造均匀分布的随机数（根据中心极限定理，可以借助均匀随机数的和，产生正态分布随机数）。设给定的误差限 ε_0 为 0.02，检验水平 α 为 0.05，计算可得模拟次数 N 为 1900 次时，误差 $\varepsilon < \varepsilon_0$ ，满足精度要求。从 1900 次起，破坏概率趋于稳定，已经收敛。因此，取 $N=2000$ 次对应的破坏概率为滑坡的破坏概率。模拟计算结果如表 2 示。

表 2 模拟计算结果表

| 模拟次数 / 次 | 破坏概率 / % | 可靠度 / % | 稳定性系数均值 | 绝对误差 |
|----------|----------|---------|---------|--------|
| 500 | 1.295 | 98.705 | 1.2635 | 0.0665 |
| 1000 | 1.222 | 98.778 | 1.3857 | 0.0332 |
| 2000 | 1.098 | 99.062 | 1.4120 | 0.0184 |

当模拟次数为 2000 时，稳定性系数分布直方图如图 2 所示，由图可知，其分布形态近似为正态分布。

由模拟结果可知，赵树岭滑坡 - 剖面中的 Pm_1 剖面（即主剖面）的稳定性较好，当模拟达 2000 次时，稳定性系数均值为 1.4120，破坏概率为 1.098%，发生整体滑动的可能性较小。

将 PCR-SPA - MC 模型、极限平衡法及有限元计算结果^[10]进行对比分析，分析表明几种方法得出的结论基本一致。

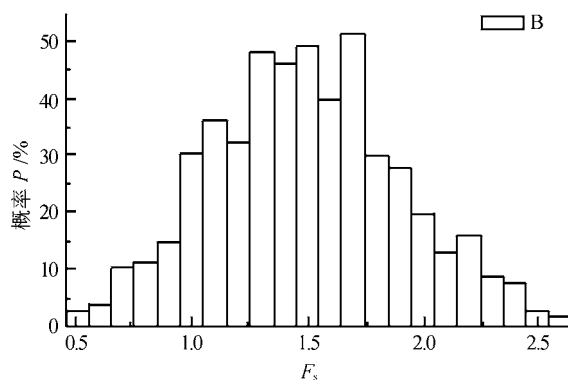


图 2 稳定性系数直方图（模拟次数 2000）

5 结 论

由此可得出以下结论：

(1) 对比分析结果表明：PCR-SPA-MA 模型所得结果与确定性理论结果基本一致，验证了 PCR-SPA-MC 模型的适用性，该模型可与确定性理论综合使用，从而使滑坡稳定性分析更全面和更可靠；

(2) 由于传统破坏概率法在参数选取及因素相关性方面的处理有着不足之处，对 PCR-SPA 回归模型与 Monte-Carlo 随机模拟进行耦合可克服这一缺陷，实例计算可知，PCR-SPA-MC 模型比传统破坏概率法给出的结果更为理想。

注：本文发表在《岩土力学》，2004 年 10 月